Ferdowsi Civil Engineering, 38, 1, 2025. (91-114)

Ferdowsi University of Mashhad

Ferdowsi Civil Engineering

https://civil-ferdowsi.um.ac.ir

Iranian Concrete Institute

Pavement Engineering Association of Iran

Comparison of System Identification Methods for Extracting Modal Parameters (Case Study: 22 Bahman Bridge, Ferdowsi University of Mashhad)

Research Article

Nima Kowsari[1], Zaher Rezaie[2], Mahmud Hassanpour Golriz[3], Ahmad Shooshtari[4*]

DOI: 10.22067/jfcei.2025.91585.1336

1. Introduction

Civil structures are critical infrastructure assets that require continuous structural health monitoring (SHM) to prevent catastrophic failures and minimize associated damages. Effective damage detection through SHM is essential for ensuring structural safety and longevity. In recent years, non-destructive testing (NDT) methods, particularly those based on vibration analysis, have gained significant attention. These techniques allow for the assessment of structural integrity without disrupting operational functionality. This research evaluates and compares the performance of various system identification techniques for extracting modal parameters from both numerically simulated and real-world structural vibration data.

2. Methodology

This study employed four prominent system identification methods: Stochastic Subspace Identification (SSI), a time-domain parametric method; Frequency Domain Decomposition (FDD) and Polynomial Least Squares Complex Frequency-domain (PLSCF), frequency-domain non-parametric and parametric methods, respectively; and Empirical Mode Decomposition (EMD), a time-frequency domain method. The efficacy of these methods was assessed using two distinct case studies: a numerical model of the ASCE-AISC benchmark structure and experimental data obtained from the 22 Bahman Bridge at Ferdowsi University of Mashhad.

3. Case studies

The ASCE-AISC benchmark structure, a 12-DOF analytical model, was simulated with incorporated noise and damping effects to provide a controlled environment for evaluating method accuracy (Figure 1).

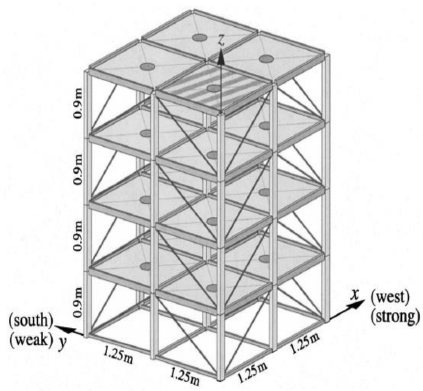


Figure 1- ASCE-AISC benchmark structure

The 22 Bahman Bridge is a single-span bridge measuring 12.6 meters in length and 3.25 meters in width (Figure 2). Modal testing was performed using piezoelectric accelerometers and a 16-channel data logger to record ambient vibration data. Two different sensor configurations were employed. Additionally, a finite element model (FEM) of the bridge, based on field measurements, was developed in SAP2000 to assess methods robustness and the effect of sensor configurations.



Figure 2- 22 Bahman Bridge

*Manuscript received January 9, 2025, Revised March 11, 2025, Accepted March 20, 2025.

1 Ph.D. Student Department of Civil Engineering, Engineering Faculty, Ferdowsi University of Mashhad.
[2] Ph.D. Student Department of Civil Engineering, Engineering Faculty, Ferdowsi University of Mashhad.
[3] Ph.D. Student Department of Civil Engineering, Engineering Faculty, Ferdowsi University of Mashhad.
[4] Corresponding author, Associate Professor, Department of Civil Engineering, Engineering Faculty, Ferdowsi University of Mashhad. **Email**: ashoosht@um.ac.ir

4. Results and discussion

For the ASCE-AISC benchmark structure, the PLSCF method demonstrated superior accuracy in estimating natural frequencies, though it exhibited notable sensitivity to noise. SSI and FDD showed comparable performance, with FDD offering greater computational efficiency for large datasets. In contrast, EMD yielded lower accuracy, especially for higher-order modes, as summarized in Table 1.

For the 22 Bahman Bridge, SSI consistently provided the most accurate natural frequency estimates, with FDD also maintaining high accuracy. However, PLSCF showed some deviations in its estimates, while EMD again demonstrated the lowest accuracy. The frequency estimations for the two configurations are shown in Table 2.

Table 1- Estimated natural frequencies (Hz) of the ASCE-AISC benchmark structure

Method	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
Analytical	9.4109	25.5449	38.6634	48.0073
SSI	9.7496	25.8891	39.4439	48.4052
FDD	9.1553	25.5127	37.9028	47.3022
PLSCF	9.4181	25.4767	38.9618	48.3439
EMD	9.258	23.9584	-	-

Table 2- Estimated natural frequencies (Hz) of the 22 Bahman Bridge

Configuration	Method	Mode 1	Mode 2	Mode 3
1	SSI	12.0035	49.8247	99.7489
	FDD	11.8594	49.7188	99.7109
	PLSCF	11.8561	50.1249	99.812
	EMD	11.4774	45.3655	-
2	SSI	12.082	51.1011	102.16
	FDD	12.2422	51.2578	102.523
	PLSCF	11.8904	50.6787	102.808
	EMD	11.8015	47.386	-

The study compared the estimated mode shapes with the finite element model, revealing that all methods successfully captured the fundamental vibration patterns, albeit with varying degrees of accuracy. The FDD and SSI methods exhibited the closest agreement with the analytical model, demonstrating robust performance in modal identification. In contrast, the PLSCF method showed a tendency to overestimate modal amplitudes, particularly in higher-order modes. While EMD proved effective for extracting low-frequency, dominant modes, its performance degraded significantly for higher-order modes. These observations were quantitatively validated using the Modal Assurance Criterion (MAC) and Coordinate Modal Assurance Criterion (COMAC), Figure 3 presents the MAC matrix for the first sensor configuration of the 22 Bahman Bridge.

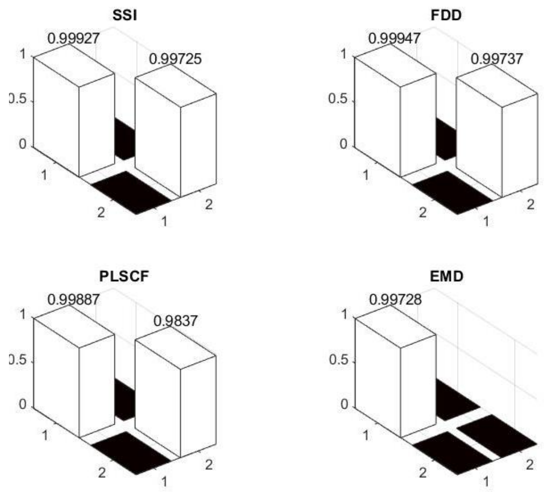


Figure 3- MAC matrix: Analytical vs. estimated mode shapes (Config. 1) - 22 Bahman Bridge

For the real-world study, FDD and SSI demonstrated relative errors below 6% in the first sensor configuration and below 5% in the second configuration for the first mode. In contrast, PLSCF showed deviations up to 9%, and EMD up to 17%. The MAC values indicated strong overall correlation between estimated and analytical mode shapes, with FDD consistently yielding the best results. COMAC analysis showed excellent local agreement, though only the first two modes were analyzed.

5. Conclusion

This research presents a comparative analysis of SSI, FDD, PLSCF, and EMD for modal parameter estimation in structural health monitoring. Through numerical simulations and field data analysis, the study demonstrates each method's distinct strengths and limitations. The results show that FDD and SSI consistently provide the most accurate and reliable estimations, as evidenced by their strong correlation with analytical models and superior MAC/COMAC values.

Key findings reveal that FDD offers particular advantages for field applications due to its noise robustness and computational efficiency, while SSI provides precise modal identification but requires careful parameter selection. PLSCF proves ideal for controlled laboratory conditions with known inputs, though it exhibits limitations in noise-contaminated environments. EMD remains preferable for non-stationary signal analysis but requires methodological enhancements to improve accuracy.

مهندسی عمران فردوسی

https://civil-ferdowsi.um.ac.ir/

انجمن بتن ایران

انجمن مهندسی روسازی ایران

مقایسه روش‌های شناسایی سیستم جهت استخراج پارامترهای مودال (مطالعه موردی: پل ۲۲ بهمن دانشگاه فردوسی مشهد)*

مقاله پژوهشی

نیما کوثری[۱] ظاهر رضایی[۲] محمود حسن پور گلریز[۳] احمد شوشتری[۴]

DOI: 10.22067/jfcei.2025.91585.1336

چکیده *شناسایی مشخصات دینامیکی سیستم‌ها از مسائل مهم در پایش سلامت سازه‌ها می‌باشد. با داشتن شاخص‌های حساس به آسیب نظیر فرکانس‌های طبیعی و شکل‌های مودی و با مقایسه آن‌ها با وضعیت اولیه سیستم، می‌توان آسیب‌ها را شناسایی کرد. در این مقاله کارایی روش‌های مرسوم شناسایی سیستم جهت محاسبه پارامتر های مودال بررسی می‌شود. بدین منظور در حوزه زمان روش زیر فضای تصادفی (SSI)، در حوزه فرکانس روش‌های تجزیه حوزه فرکانس (FDD) و حداقل مربعات چند جمله‌ای‌های مختلط چند مرجعی (PLSCF) و در حوزه زمان - فرکانس روش تجزیه مود تجربی (EMD) انتخاب شده است. جهت مقایسه نتایج و بررسی دقت روش‌ها از مدل عددی سازه بنچ مارک ASCE-AISC استفاده شده است. علاوه بر آن برای بررسی کارایی روش‌ها با داده‌های میدانی و دارای نویز محیطی داده‌های ارتعاشی حاصل از انجام آزمایش مودال بر روی پل ۲۲ بهمن دانشگاه فردوسی مشهد مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد روش‌های FDD و SSI عملکرد دقیق‌تر و مناسب‌تری برای تخمین ویژگی‌های مودال سازه‌ها دارند. روش PLSCF نسبت به نویز محیطی حساس می‌باشد و نویز موجود در سیگنال‌ها سبب بروز خطا در نتایج آن خواهد شد. روش EMD برای پردازش سیگنال غیر ایستا و غیر خطی مناسب بوده اما دقت پایین تری نسبت به سایر روش‌ها دارد. این نتایج می‌تواند راهنمای محققان حوزه پایش سلامت سازه‌ها جهت انتخاب روش برای پیاده سازی در سازه‌ها یا توسعه هریک از این روش‌ها قرار گیرد.*

واژه های کلیدی شناسایی سیستم، زیر فضای تصادفی ، تجزیه حوزه فرکانس ، حداقل مربعات چند جمله‌ای‌های نمایی مختلط در حوزه فرکانس، تجزیه مود تجربی

Comparison of System Identification Methods for Extracting Modal Parameters (Case Study: 22 Bahman Bridge, Ferdowsi University of Mashhad)

Nima Kowsari Zaher Rezaie Mahmud Hassanpour Golriz Ahmad Shooshtari*

Abstract *System identification plays a crucial role in structural health monitoring. By using damage-sensitive features such as natural frequencies and mode shapes and comparing these features to the healthy state of the system, damage can be identified. This paper investigates the efficiency of system identification methods. To this end, the Stochastic Subspace Identification (SSI) method in the time domain, the Frequency Domain Decomposition (FDD) and Poly Reference Least Squares Complex Frequency domain (PLSCF) methods in the frequency domain, and the Empirical Mode Decomposition (EMD) method in the time-frequency domain were selected for evaluation. To assess the accuracy of these methods, both numerical and experimental data were utilized. The numerical data were obtained from the ASCE-AISC benchmark structure, while the experimental data consisted of vibration data obtained from a modal test performed on the 22 Bahman Bridge at Ferdowsi University of Mashhad. This approach allowed for an evaluation of method performance under controlled conditions (numerical) and in the presence of environmental noise (experimental). The results demonstrate that the FDD and SSI methods exhibited superior accuracy and suitability for estimating the modal characteristics of structures. The PLSCF method proved to be sensitive to environmental noise, leading to errors in the estimated modal parameters. The EMD method, while suitable for processing non-stationary and nonlinear signals, exhibited lower accuracy compared to other methods. These findings provide valuable information for researchers in the field of structural health monitoring in selecting appropriate methods for implementation in real-world applications or in developing further advancements to these techniques.*

Key words System identification, Stochastic Subspace Identification, Frequency Domain Decomposition, Poly Reference Least Square Complex Frequency domain, Empirical Mode Decomposition

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۳/۱۰/۲۰ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۴/۱/۲۴ می‌باشد.

(۱) دانشجو دکتری، گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد.

(۲) دانشجو دکتری، گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد.

(۳) دانشجو دکتری، گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد.

(۴) نویسندهٔ مسئول، دانشیار، گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد.

Email: ashoosht@um.ac.ir

مقدمه

سازه‌های عمرانی از سرمایه‌های با ارزشی هستند که تخریب ناگهانی و پیش‌بینی نشده آن‌ها باعث خسارت‌های مالی و جانی بزرگی می‌شود. ایده پایش سلامت سازه برای تشخیص زود هنگام آسیب همواره مورد توجه محققین این حوزه بوده است. در سالیان اخیر روش‌های پایش سلامت سازه‌ها بیشتر بر روی روش‌های غیر مخرب متمرکز شده است. روش‌های غیرمخرب را می‌توان در گروه‌های بازرسی چشمی، آسیب‌یابی محلی و آسیب‌یابی کلی طبقه‌بندی کرد. در روش‌های محلی وجود، نوع و شدت آسیب با دقت بالایی مشخص می‌شود. این نوع آسیب‌یابی با استفاده از ابزار فراصوت، پرتونگاری، مغناطیسی، حرارتی و... صورت می‌گیرد. این روش‌ها دارای محدودیت‌هایی در سازه‌های بزرگ و پیچیده می‌باشد و نمی‌تواند رفتار کلی سازه را ارزیابی کند. روش‌های کلی خود به دو دسته روش‌های استاتیکی و دینامیکی تقسیم می‌شود. در روش‌های استاتیکی در هنگام انجام آزمایش کاربری سازه مختل می‌شود و سازه به‌صورت آنی ارزیابی نمی‌شود. روش‌های دینامیکی با ثبت ارتعاشات سازه، آنالیز این سیگنال‌ها و به‌دست آوردن شاخصه‌های حساس به آسیب، آسیب را تخمین می‌زنند. شناسایی دقیق سیگنال‌های سازه و تفسیر صحیح آن‌ها از اهمیت زیادی برخوردار است. در پایش سلامت سازه‌ها معمولا تعداد زیادی از داده‌های گسسته موجود است که می‌بایست شاخصه‌های حساس به آسیب را از آن‌ها استخراج نمود. انتخاب روش مناسب جهت پردازش سیگنال‌های سازه تاثیر قابل‌توجهی بر نتایج نهایی دارد. روش‌های مبتنی بر پردازش سیگنال خود به سه دسته در حوزه زمان، در حوزه فرکانس و در حوزه زمان ـ فرکانس قابل‌تقسیم است. در این تحقیق در حوزه زمان روش زیر فضای تصادفی، در حوزه فرکانس روش‌های تجزیه حوزه فرکانس و حداقل مربعات چند جمله‌ای‌های مختلط چند مرجعی و در حوزه زمان – فرکانس روش تجزیه مود تجربی انتخاب شده‌اند. جهت مقایسه نتایج و بررسی دقت روش‌ها از مدل عددی سازه بنچ مارک ASCE-AISC استفاده شده است. همچنین برای بررسی کارایی روش‌ها با داده‌های واقعی و دارای نویز محیطی داده‌های ارتعاشی حاصل از انجام آزمایش مودال بر روی پل ۲۲ بهمن دانشگاه فردوسی مشهد مورد استفاده قرار گرفته است.

روش شناسایی زیرفضای تصادفی توسط اوورشی (Overschee) و مور (Moor) [1] ارائه شد. این روش به عنوان یکی از روش‌های قدرتمند شناسایی سیستم در زمینه آنالیز مودال می‌باشد. این روش به صورت پارامتری در حوزه زمان است. روش زیرفضای تصادفی مشخصات مودال سیستم را با استفاده از ماتریس فضای حالت محاسبه می‌کند. این روش برای هر یک از حالت های ارتعاش محیطی و ارتعاش اجباری قابل استفاده است. از مهمترین ویژگی‌های این روش می‌توان به سرعت بالا (عدم وجود الگوریتم تکرار شونده در روش) و دقت قابل قبول آن اشاره نمود.

پیترز (Peeters) و همکاران [2] با تاکید بر اطلاعات سنسور مرجع، بهبود قابل توجهی در سرعت و دقت این روش ایجاد کردند این روش به روش زیرفضای تصادفی مبتنی بر کوواریانس معروف است.

انتخاب مناسب پارامترهای تعریف شده توسط کاربر در الگوریتم زیرفضای تصادفی مبتنی بر کوواریانس یک مسئله چالش برانگیز است. لی (Li) و همکاران [3] به مطالعه تجزیه و تحلیل اثر چهار پارامتر تعریف شده توسط کاربر برای شناسایی ویژگی‌های مودال سدهای قوسی بلند پرداختند. در این پژوهش از دو مدل با و بدون در نظرگیری اندرکنش خاک و سازه استفاده شد. مقادیر پیشنهاد شده در این مطالعه می‌تواند جهت تخمین ویژگی‌های مودال سدهای قوسی در آینده سودمند واقع شود.

شیم (Shim) و همکاران [4] در پژوهشی روشی مبتنی بر روش زیر فضای تصادفی و شبکه‌های عصبی به نام روش شناسایی زیرفضای تصادفی تطبیق پذیر با حافظه کوتاه و بلند مدت را برای ارزیابی تغییرات پارامترهای مودال سازه پیشنهاد دادند. این روش پاسخ‌های قبل و بعد آسیب را به طور همزمان در نظرگرفته و تغییرات فرکانسی که به سبب آسیب ایجاد شده است را تخمین میزند. در این روش از روش زیرفضای تصادفی مبتنی بر کوواریانس برای برای ساخت داده‌های آموزشی برای شبکه عصبی استفاده شده است. این روش برروی یک سازه چهار درجه آزادی و یک ساختمان ۵۵ طبقه بررسی شده است.

روش تجزیه حوزه فرکانس توســط برینکر (Brincker) و همکاران [5,6] ارائه شــد. این روش برای داده‌های ورروی به صورت ارتعا شات محیطی تو سعه یافته ا ست. این روش از روش‌های غیر پارامتری در حوزه فرکانس می‌باشد. از مزیت‌های

این روش می‌توان به دقت بالا، هزینه محاسباتی کم و حساسیت پایین به نویز محیطی اشاره کرد. این روش به طور گسترده برای شنا سایی سیستم سازه‌های عمرانی مورد ا ستفاده قرار گرفته است.

گید (Gade) و همکاران [7] در پژوهشی این روش را توسعه و روش تجزیه حوزه فرکانس بهبود یافته (EFFD) را ارائه دادند. این روش علاوه بر تخمین فرکانس طبیعی و مود شیپ‌ها نسبت میرایی را نیز تخمین می‌زد.

کاردونی (Cardoni) و همکاران [8] در مطالعه‌ای به بررسی و بهبود روش‌های موجود برای تخمین فرکانس‌های طبیعی و شکل‌های مودی پرداختند. آن‌ها رویکردی جدید را ارائه داده‌اندکه از روش تجزیه حوزه فرکانس و معیار اطمینان مودال استفاده می‌کند. در این مطالعه، عوامل تاثیرگذاری بر پاسخ سازه مانند سطح نویز، طول رکورد شتاب، و چیدمان حسگرها برای پل کابلی یوانگه در چین مورد بررسی قرار گرفته است. آن‌ها با انجام تحلیل حساسیت، سعی در شناسایی تأثیر این عوامل بر دقت ارزیابی نتایج داشته‌اند. نوآوری این تحقیق در تفسیر نتایج تحلیل‌های حساسیت نهفته است که شامل ترسیم نتایج در یک دیاگرام پایداری است. با مقایسه نتایج تحلیل‌های حساسیت مختلف، و در نظرگرفتن مقدار قابل قبول برای معیار اطمینان مودال نیاز به تعیین مقدار پارامترها بر اساس تجربه کاربر حذف شده که می‌تواند به بهبود دقت و صحت نتایج کمک کند.

روش حداقل مربعات چند جمله‌ای‌های مختلط چند مرجعی در حوزه فرکانس در سال ۲۰۰۳ توسط گیوم (Guillaume) و همکاران [9] ارائه شد. این روش بر خلاف سایر روش‌های ارائه شده به صورت ورودی، خروجی است. و اثر ورودی‌های مختلف بر خروجی‌ها را منظور می‌کند. هزینه محاسباتی این روش بالا بوده و دقت بالایی دارد. با این حال برای تخمین دقیق مشخصات سازه نیاز به داده‌های با کیفیت و با نویز کم است.

آمادور (Amador) و برینکر [10] با استفاده از روشی مبتنی بر چند جمله‌ای‌های مختلط چند مرجعی در حوزه فرکانس به تشخیص آسیب در نمونه‌های فولادی پرداختند. در این پژوهش بر استخراج دقیق ویژگی‌های مودال از داده‌های ارتعاشات اندازه‌گیری شده تمرکز شده است. فرآیند شناسایی با استفاده از رویکرد جدیدی مبتنی بر روش چند جمله‌ای‌های مختلط چند مرجعی در حوزه فرکانس انجام شده است. در این روش با بکارگیری زیر فضاهای مختلف ماتریس‌های مشاهده‌پذیری و کنترل‌پذیری حوزه فرکانس محاسبه و برای تخمین ویژگی‌های مودال سیستم استفاده شده است.

استفنسن (Steffensen) و همکاران [11] روش حداقل مربعات چند جمله‌ای‌های مختلط چند مرجعی را به عنوان یک معیار در تحلیل مودال عملیاتی معرفی کردند. در حالی که کارایی این روش به خوبی شناخته شده بود، یک چارچوب جامع برای کمی کردن عدم قطعیت مرتبط با پارامترهای مودال تخمین زده شده، به ویژه شکل‌های مودی، همچنان وجود نداشت. آن‌ها در این پژوهش به رفع این محدودیت پرداختند. در این پژوهش با بهره‌گیری از نظریه اختلال مرتبه اول و روش دلتا، عبارات تحلیلی برای تمام پارامترهای مودال استخراج شد که در آن عدم قطعیت ناشی از تخمین ضرایب چند جمله‌ای با مقدار واقعی در مدل‌سازی پاسخ فرکانسی در روش حداقل مربعات چند جمله‌ای‌های مختلط چند مرجعی در نظر گرفته می‌شد. این رویکرد تحلیلی امکان کمی‌سازی کارآمد عدم قطعیت برای تحلیل مودال مبتنی بر این روش را فراهم می‌آورد.

هوانگ (Huang) و همکاران [12] روشی جدید برای پردازش سیگنال‌های غیرایستا ارائه دادند این تبدیل یکی از اکتشافات مهم در حوزه پردازش سیگنال شناخته می‌شود. این روش با ترکیب روش تجزیه مود تجربی و استفاده از تبدیل هیلبرت دامنه و فرکانس سیگنال را هر لحظه استخراج می‌کند. این روش در حوزه زمان فرکانس بوده و به صورت تنها خروجی بوده و توانایی آنالیز سیگنال‌های غیر ایستا و غیرخطی را دارد و از این رو یکی از قوی ترین روش‌های پردازش سیگنال به حساب می‌آید.

وو (Wu) و هوانگ (Huang) [13] روش تجزیه مود تجربی مجموعی که ارتقا یافته روش تجزیه مود تجربی است را ارائه دادند این روش با بهره‌گیری از خصوصیات آماری نویز سفید و مجموعه‌ای از عملیات الک‌کردن سعی در بهبود روش تجزیه مود تجربی دارد.

یه (Yeh) و همکاران [14] روش تجزیه مود تجربی مجموعی مکمل را ارائه کردند. این روش با اضافه و کم‌کردن نویز از سیگنال سعی در بازسازی کامل سیگنال دارد. با این حال

در این روش سیگنال به‌صورت کامل بازسازی نمی‌شود و شبیه‌سازی‌های مختلف تعداد مودهای متفاوتی تولید می‌کنند.

تورس (Torres) و همکاران [15] روش تجزیه مود تجربی مجموعی کامل با نویز تطبیق‌پذیر را جهت رفع ا شکالات تجزیه مود تجربی مجموعی و تجزیه مود تجربی مجموعی کامل ارائه دادند و نشـــان دادند این روش به تعداد کمتر از نصـــف تعداد غربالگری‌های تجزیه مود تجربی مجموعی نیاز دارد که منجر به کاهش هزینه محاسباتی شده و سیگنال را به طور کامل بازسازی می‌کند.

وزیرزاده و همکاران [16] با به‌کارگیری روش تجزیه مود تجربی مجموعی کامل و تبدیل هیلبرت فرکانس و شکل مودی مود اول یک قاب خمشی یک دهانه با سه‌طبقه را تخمین زدند؛ سپس با استفاده از یک شبکه عصبی مصنوعی سیگنال را بر مبنای اندازه‌گیری‌های قبلی پیش‌بینی و عدم هم‌خوانی بین سیگنال اندازه‌گیری و پیش‌بینی شده را به عنوان شاخصه آسیب انتخاب و مکان آسیب را تخمین زدند. خروجی مراحل قبل به عنوان ورودی شبکه عصبی مصنوعی دیگری در نظر گرفته شده و شدت آسیب تخمین زده شد.

صفار یوسفی‌فر و همکاران [17] روشی ترکیبی مبتنی بر روش تجزیه مود تجربی مجموعی کامل با نویز تطبیق‌پذیر و پیش‌بینی خطا در سری‌های زمانی ارائه کردند. در این روش تجزیه مود تجربی مجموعی کامل با نویز تطبیق‌پذیر برای پردازش سیگنال استفاده می‌شود سپس تابع مود ذاتی مربوط به مود اول به عنوان ورودی شبکه عصبی در نظر گرفته شده و مقادیر آن توسط شبکه عصبی تخمین زده می‌شود. آنها با در نظرگیری سه شاخصه حساس به آسیب بر مبنای اختلاف سیگنال موجود و تخمین زده شده به یافتن مکان و شدت آسیب در سه سازه پل Z24 در سوئیس، سازه آزمایشگاهی دانشگاه فلوریدا و سازه‌ای شبیه‌سازی شده در دانشگاه قطر پرداختند. نتایج حاصل از این تحقیق نشان دهنده عملکرد قوی این روش برای تشخیص مکان و شدت آسیب بود.

در این پژوهش دقت روش‌های مختلف شناسایی سیستم‌ها برای تعیین ویژگی‌های مودال بر روی سازه مرجع ASCE_AISC بررسی شده و با مقدار واقعی حاصل از مدل اجراء محدود سازه مقایسه می‌شود. این روش‌ها با داده‌های میدانی حاصل از انجام آزمایش مودال بر روی پل ۲۲ بهمن دانشگاه فردوسی مشهد مورد بررسی قرار می‌گیرد. بررسی روش‌های شناسایی سیستم برای این دو دسته داده عددی و میدانی امکان مقایسه دقیق‌تر روش‌ها و انتخاب بهترین روش شناسایی سیستم را برای محققان و فعالان حوزه پایش سلامت سازه فراهم می‌آورد. جدول (۱) ویژگی‌های کلیدی روش‌های مورد بررسی در این پژوهش را نمایش می‌دهد.

جدول ۱ ویژگی‌های کلیدی روش‌های مورد بررسی در پژوهش

ویژگی	SSI	FDD	PLSCF	EMD
حوزه کاربرد	حوزه زمان	حوزه فرکانس	حوزه فرکانس	حوزه زمان- فرکانس
داده‌های مورد نیاز	تنها خروجی	تنها خروجی	ورودی- خروجی	تنها خروجی
حساسیت به نویز	متوسط	کم	به نسبت بالا	متوسط
ایستا/غیرای ستا	ایستا	ایستا	ایستا	غیرایستا
هزینه محاسباتی	متوسط	کم	بالا	بالا

روش‌های شناسایی سیستم

روش زیرفضای تصادفی

این روش به صورت پارامتری در حوزه زمان است. در روش‌های پارامتری معمولا مدلی ریاضی بر داده‌ها برازش داده می‌شود. اصول این روش بر مبنای مدل فضای حالت و ارتباط آن با مشخصات دینامیکی سیستم می‌باشد. به عبارتی رفتار دینامیکی سیستم با معادلات فضای حالت شبیه‌سازی می‌شود. این مدل با فرض ورودی به صورت ارتعاشات محیطی به صورت روابط (۱) و (۲) نوشته می‌شود.

$$x_{k+1} = Ax_k + w_k \quad (۱)$$

$$y_k = Cx_k + v_k \quad (۲)$$

در روابط (۱) و (۲) پارامترهای x_k و y_k به ترتیب بردار حالت و خروجی نمونه برداری شده می‌باشد. A ماتریس حالت، C ماتریس خروجی، w_k نویز فرایند و v_k نویز قابل اندازه‌گیری است. نویز فرایند نشان دهنده خطای موجود در مدل‌سازی و نویز اندازه گیری خطای اندازه‌گیری سنسورها می‌باشد. با محاسبه ماتریس های A و C می‌توان فرکانس، میرایی و شکل‌های مودی سیستم را مطابق روابط (۳) تا (۶) محاسبه کرد.

$$\bar{\lambda}_i = \log(\lambda_i)\, f_s \qquad (۳)$$

$$f_i = -\frac{|\bar{\lambda}_i|}{2\pi} \qquad (۴)$$

$$\xi_i = -\frac{\mathrm{Real}(\bar{\lambda}_i)}{|\bar{\lambda}_i|} \qquad (۵)$$

$$\phi_i = C\Phi_i \qquad (۶)$$

در روابط (۳) تا (۶) پارمترهای λ_i و Φ_i به ترتیب مقادیر و بردارهای ویژه ماتریس A می‌باشد. f_i، ξ_i و ϕ_i به ترتیب فرکانس، نسبت میرایی، و شکل‌های مودی سیستم می‌باشد. برای محاسبه ماتریس‌های A و C با استفاده از داده‌های خروجی ماتریس هنکل تشکیل و با تجزیه مقدار تکین (Singular Value Decomposition) (SVD) ماتریسی به نام ماتریس مشاهده پذیری (Observability matrix) قابل دستیابی است که شامل ماتریس‌های A و C است.

تعداد مودهای شناسایی شده در این روش به ابعاد ماتریس A یا به عبارتی به درجه مدل وابسته است. با توجه به این‌که معمولا تعداد مودهای سیستم مشخص نیست انتخاب درجه بالا منجر به تشخیص مودهای جعلی و انتخاب درجه پایین سبب عدم شناسایی مودهای سازه خواهد شد. برای حل این مشکل پیشنهاد می‌شود از دیاگرام پایداری استفاده شود.

روش تجزیه حوزه فرکانس

این روش به صورت غیر پارامتری در حوزه فرکانس است و در عمل توسعه یافته تکنیک جستار قله در حوزه فرکانس می‌باشد. روش تجزیه حوزه فرکانس برای ارتعاشات محیطی توسعه داده شده است. در این روش فرض می‌شود ورودی سازه به صورت نویز سفید است. در این روش صیف چگالی توان (Power Spectral Density) (PSD) برای سیگنال اندازه‌گیری شده محاسبه و با انجام تجزیه مقدار تکین بر روی آن مودهای سازه تشخیص داده می‌شود. می‌توان پاسخ سازه در مختصات مودال را به صورت رابطه (۷) بیان کرد با گرفتن تبدیل فوریه از رابطه (۷) و محاسبه ماتریس طیف چگالی برای فرکانس ω_i رابطه (۸) بدست می‌آید.

$$Y(t) = \Phi\, u(t) \qquad (۷)$$

$$G_{yy}(\omega_i) = \Phi G_{uu}(\omega_i)\Phi^T \qquad (۸)$$

در رابطه (۸) $G_{yy}(\omega)$ ماتریس طیف توانی پاسخ ها و $G_{uu}(\omega)$ ماتریس طیف توانی در مختصات مودال است. اگر مختصات مودال غیرهمبسته با شد، ماتریس چگالی طیف توان در مختصات مودال قطری خواهد بود. به عبارتی رابطه (۸) همان تجزیه مقدار تکین $G_{yy}(\omega)$ است. رابطه (۹) شکل کلی تجزیه مقدار تکین را نشان می‌دهد.

$$G_{yy}(\omega_i) = U\Sigma V^H \qquad (۹)$$

در رابطه (۹) ماتریس‌های U و V ماتریس‌های تکین و Σ ماتریس قطری مقادیر تکین است. با توجه به این‌که ماتریس چگالی توان پاسخ‌ها هرمیتی و معین مثبت است می‌توان نشان داد ماتریس‌های U و V برابر می‌باشند. با رسم مقدار اول مقادیر تکین در برابر فرکانس‌های مختلف و با استفاده از روش جستار قله فرکانس‌های طبیعی سیستم محاسبه می‌شود. بردار تکین متناظر با این فرکانس‌ها استخراج شده از ماتریس‌های تکین نشان دهنده شکل‌های مودی می‌باشد.

روش حداقل مربعات چند جمله‌ای‌های مختلط چند مرجعی

این روش در واقع پیاده سازی روش معروف حداقل مربعات نمایی مختلط (LSCE) در حوزه فرکانس است. یکی از مزیت های این روش هزینه محاسباتی کم جهت ساخت دیاگرام پایداری می‌باشد. رابطه بین پاسخ و تحریک (ورودی) در حوزه فرکانس از طریق توصیف ماتریسی کسری در سمت راست (Right Matrix Fraction Description) (RMFD) مدل‌سازی می‌شود.

$$\widehat{H}_0(\omega) = N_0(\omega)D^{-1}(\omega) \qquad (۱۰)$$

در رابطه (۱۰) می‌توان ماتریس‌های N_o و D بر حسب چند جمله ای مختلط نمایی مطابق روابط (۱۱) و (۱۲) بیان کرد.

$$N_0(\omega) = \sum_{j=0}^{N} \Omega_j(\omega)B_0j \qquad (۱۱)$$

$$D(\omega) = \sum_{j=0}^{N} \Omega_j(\omega)Aj \qquad (۱۲)$$

در رابطه (۱۱) و (۱۲) ضرایب B_0j و Aj پارامتر هایی هستند که با استفاده از روش حداقل مربعات تخمین زده می‌شوند. با محاسبه این ضرایب می‌توان ماتریس های A و C معرفی شده

در روش زیرفضای تصادفی را محاسبه و به طور مشابه مخصات سیستم را شناسایی کرد.

روش تجزیه مود تجربی

در سال ۱۹۹۸ تبدیل هیلبرت – هوانگ از ترکیب روش تجزیه مود تجربی (Empirical Mode Decomposition) (EMD) و تبدیل هیلبرت برای پردازش سیگنال‌های غیرخطی و غیرایستا ارائه شد [12]. در روش تجزیه مود تجربی سیگنال ورودی به چند سیگنال که هر کدام محتوای فرکانسی تقریبا ثابتی دارند تجزیه می‌شود. به این سیگنال‌ها توابع مود ذاتی (Intrinsic Mode Function) (IMF) گفته می‌شود. دامنه و فرکانس توابع مود ذاتی در زمان متغیر بوده و سیگنال‌هایی غیرایستا هستند. از طرفی تبدیل هیلبرت یک اپراتور خطی در پردازش سیگنال است که شکل تحلیلی سیگنال را به‌دست می‌دهد. سیگنال تحلیلی یک سیگنال با مقادیر مختلط است که طیف فرکانسی آن یک‌طرفه می‌باشد. این سیگنال محتوای فرکانسی سیگنال اولیه را حفظ می‌کند و سبب کاهش خطا و حذف نویز بین نمونه‌ای می‌شود. با استفاده از این تبدیل می‌توان دامنه و فرکانس آنی سیگنال را محاسبه کرد. اساس کارکرد این روش تجزیه سیگنال به توابع مود ذاتی و گرفتن تبدیل هیلبرت از آن‌ها می‌باشد.

تابع مو ذاتی به عنوان تابعی که دو شـرط زیر را ارضـا کند تعریف می‌شود.

۱. تعداد نقاط اکســترمم و تعداد نقاط صــفر تابع مفروض باید برابر باشند یا حداکثر یک واحد اختلاف داشته باشند.
۲. در هر نقطه از تابع میانگین پوش ماکزیمم‌ها و مینیمم‌های سیگنال برابر صفر باشد.

الگوریتم روش تجزیه مود تجربی به شرح زیر است.

۱. تمامی اکسترمم‌های محلی سیگنال مشخص می‌شود.
۲. منحنی‌های پوش بالا و پایین با برازش منحنی از ماکسیمم و مینیمم‌های محلی محاسبه می‌شود.
۳. میانگین پوش بالا و پایین از سیگنال کم می‌گردد تا مؤلفه اول به‌دست آید.
۴. معیار توقف (نشانگر شروط وجود IMF) کنترل می‌شود. در صورت عدم ارضای معیار توقف با درنظرگیری مؤلفه اول به عنوان سیگنال به مرحله اول بازگشت داده می‌شود.
۵. مولفه‌ای که شرط توقف را ار ضا کند به عنوان IMF در نظر گرفته می‌شود.
۶. مقدار IMF از سیگنال ا صلی کم شده و باقی‌مانده به‌د ست می‌آید.
۷. باقی‌مانده به عنوان سیگنال اصلی در نظر گرفته شده و مراحل ۱ الی ۶ تکرار می‌شود تا IMFهای بعدی محاسبه شوند. این عملیات تا زمانی‌که باقی‌مانده قابل‌تجزیه باشد تکرار می‌شود.

محتوای فرکانس بالا در IMFها به‌تدریج از IMF_1 به IMF_n حذف شده و در نتیجه IMFهای انتهایی دارای محتوی فرکانسی پایین‌تری هستند. سیگنال اصلی بر حسب IMFهای محاسبه شده به‌صورت رابطه (۱۳) نوشته می‌شود.

$$x = \sum_{i=1}^{n} IMF_i + r_n \quad (۱۳)$$

در این روش برای به دست آوردن فرکانس‌های طبیعی، هیستوگرام فرکانس‌های آنی برای هر IMF رسم می‌شود. مرکز بازه‌ای که بیشترین تعداد فرکانس را دارد نشان‌دهنده فرکانس طبیعی سازه در آن مود است. با تقسیم دامنه هر یک از IMFها در هر طبقه بر دامنه IMF مربوط به همان مود در طبقه آخر شکل مودی سازه را تخمین زده می‌شود.

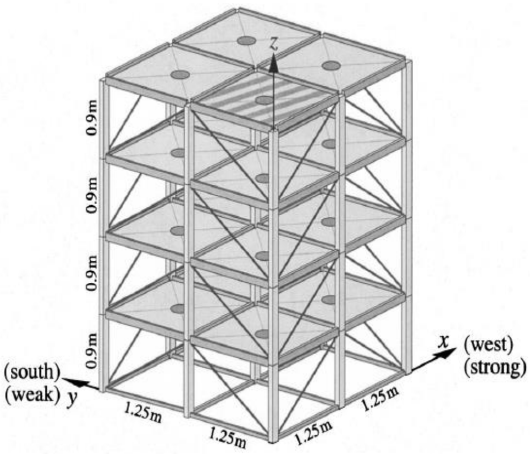
مطالعه عددی: سازه بنچ مارک ASCE_AISC

در این پژوهش از مدل عددی ســـازه بنچ مارک ASCE_AISC جهت مقایسه دقت روش‌ها و مقایسه پارامترهای به‌د ست آمده از روش‌ها با مدل اجزاء محدود استفاده شده است.

مشخصات سازه بنچ مارک ASCE_AISC

در بسیاری از مطالعات پایش سلامت سازه روش‌های مختلف بر سازه‌های مختلف اعمال می‌شود. این موضوع سبب پیچیدگی در مقایسه روش‌ها خواهد شد. برای حل این مشکل گروه پایش سلامت ASCE_AISC یک سازه بنچ مارک را برای بررسی روش‌های پایش سلامت پیشنهاد کرد [18]. استفاده از داده‌های شبیه‌سازی شده از یک مدل تحلیلی مبتنی بر یک سازه واقعی گزینه مناسبی برای بررسی روش‌های مختلف می‌باشد. استفاده از داده‌های شبیه‌سازی شده به محققان امکان می‌دهد درک بهتری از حساسیت روش‌ها و جنبه‌های مختلف مسئله مانند اختلاف بین مقدارهای تخمین زده شده با مقدارهای واقعی، وجود نویز در سیگنال‌های اندازه گیری شده و اثر داده‌های ناقص داشته باشند.

مدل تحلیلی ASCE_AISC را بر مبنای سازه مورد استفاده توسط بلک (Black) و ونتورا (Ventura) [19] در سال ۱۹۹۸ انتخاب شده است. سازه انتخاب شده مدلی با مقیاس یک‌چهارم از قاب فولادی چهار طبقه، دو دهانه در دو دهانه در آزمایشگاه تحقیقات مهندسی زلزله در دانشگاه بریتیش کلمبیا است. این سازه دارای پلان ۲,۵ متر در ۲,۵ متر و ارتفاع ۳,۶ متر است. اعضای سازه از فولاد با تنش تسلیم اسمی ۳۰۰ مگاپاسکال ساخته شده‌اند. مقاطع غیرمعمول هستند و برای یک مدل مقیاس طراحی شده‌اند شکل (۱) مدل تحلیلی این قاب و جدول (۲) مشخصات مقاطع آن را نشان می‌دهد. تمام ستون‌ها طوری جهت‌دهی شده‌اند که خمش قوی‌تر در جهت x باشند. تیرهای کف طوری جهت‌دهی شده‌اند که خمش قوی‌تری در جهت عمودی باشد در هر طبقه از هر وجه، دو مهاربند وجود دارد که ممکن است برای شبیه‌سازی آسیب حذف شوند. مشخصات دال به شرح چهار دال ۸۰۰ کیلوگرمی در سطح اول، چهار دال ۶۰۰ کیلوگرمی در هر یک از طبقات دوم و سوم و برای طبقه چهارم، چهار دال ۴۰۰ کیلوگرمی یا سه دال ۴۰۰ کیلوگرمی و یک دال ۵۵۰ کیلوگرمی برای ایجاد عدم تقارن می‌باشد. دو مدل اجزای محدود مبتنی بر این سازه برای تولید داده‌های پاسخ شبیه‌سازی شده توسعه داده شدند. اولین مدل یک مدل ساختمان برشی ۱۲ درجه آزادی است که تمام حرکت‌ها به جز دو انتقال افقی و یک چرخش در هر طبقه را محدود می‌کند. دومین مدل یک مدل ۱۲۰ درجه آزادی است که تنها گره‌های هر طبقه دارای انتقال افقی و چرخش درون صفحه‌ای یکسان می‌باشند.



شکل ۱ مدل تحلیلی سازه ASCE_AISC [18]

در این پژوهش جهت مقایسه دقت روش‌ها سازه تحلیلی به صورت ۱۲ درجه آزادی، متقارن و در حالت بارگذاری برای همه طبقات درجهت y در نظر گرفته شده است. سیگنال پاسخ سازه برای حالت سالم سازه با در نظرگیری درصد میرایی ۵ در صد و فرکانس نمونه‌برداری ۵۰۰ هرتز ، مدت زمان سیگنال ۶۰ ثانیه و سطح نویز ۵ واحد و شدت نیرو اعمالی ۵۰ واحد لحاظ شده است. جدول (۳) و شکل (۲) مشخصات مودال سازه تحلیلی در حالت سالم در جهت y را برای سازه سالم نمایش می‌دهد.

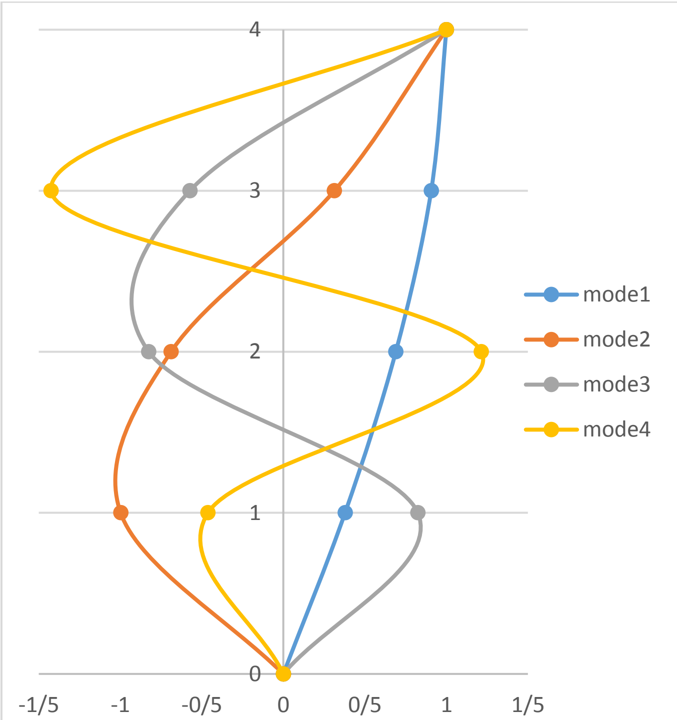
سیگنال‌های پاسخ سازه در جهت y در طبقات یک الی چهار در شکل (۳) نشان داده شده است. قابل ذکر است ورودی سیستم در این مدل تحلیلی به صورت سیگنال نویز سفید در نظر گرفته شده است.

جدول ۲ مشخصات مقاطع سازه ASCE_AISC [18]

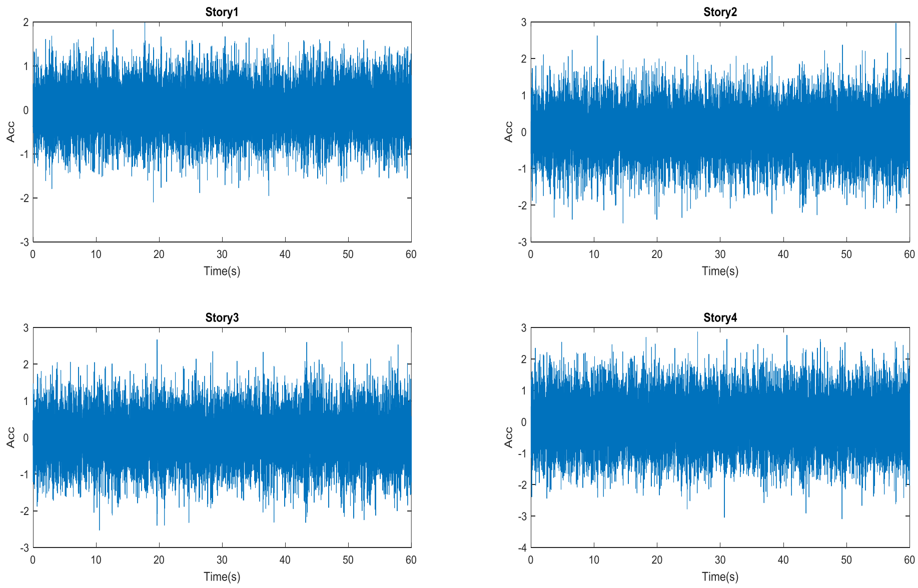
مشخصه	ستون ها	تیرهای کف	مهاربندها
نوع مقطع	B100×9	S75×11	L25×25×3
مساحت سطح مقطع (m^2)	$۱,۱۳۳\times۱۰^{-۳}$	$۱,۴۳\times۱۰^{-۳}$	$۰,۱۴۱\times۱۰^{-۳}$
ممان اینرسی (جهت قوی) I (m^4)	$۱,۹۷\times۱۰^{-۶}$	$۱,۲۲\times۱۰^{-۶}$	0
ممان اینرسی (جهت ضعیف) I (m^4)	$۰,۶۶۴\times۱۰^{-۶}$	$۰,۲۴۹\times۱۰^{-۶}$	0
ثابت پیچش سنت ونانت J (m^4)	$۸,۰۱\times۱۰^{-۹}$	$۳۸,۲\times۱۰^{-۹}$	0
مدول یانگ E (Pa)	۲×۱۰^{۱۱}	۲×۱۰^{۱۱}	۲×۱۰^{۱۱}
مدول برشی G (Pa)	E/۲,۶	E/۲,۶	E/۲,۶
جرم واحد حجم ρ (kg/m^3)	۷۸۰۰	۷۸۰۰	۷۸۰۰

جدول ۳ مشخصات مودال سازه سالم در جهت y

شماره مود		مود اول	مود دوم	مود سوم	مود چهارم
فرکانس (Hz)		۹,۴۱۰۹	۲۵,۵۴۴۹	۳۸,۶۶۳۴	۴۸,۰۰۷۳
شکل مودی	طبقه ۱	۰,۳۷۸۵	-۰,۹۹۷۶	۰,۸۲۴۸	-۰,۴۶۲۶
	طبقه ۲	۰,۶۸۹۸	-۰,۶۸۸۶	-۰,۸۲۵۱	۱,۲۱۴۷
	طبقه ۳	۰,۹۰۶۸	۰,۳۱۳۴	-۰,۵۷۲۹	-۱,۴۲۵۱
	طبقه ۴	۱	۱	۱	۱



شکل ۲ شکل های مودی سازه سالم در جهت y



شکل ۳ سیگنال‌های پاسخ سازه در جهت y

نتایج مربوط به سازه بنچ مارک ASCE_AISC

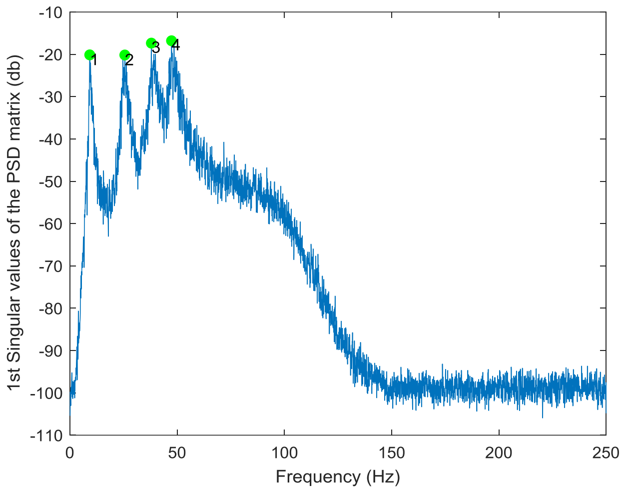
از میان روش‌های ارائه شده روش‌های زیرفضای تصادفی، تجزیه حوزه فرکانس و تجزیه مود تجربی به صورت تنها خروجی و روش حداقل مربعات نمایی حوزه فرکانس چند مرجعی به صورت ورودی خروجی می‌باشد. در این بخش نتایج مقایسه این روش‌ها برای تخمین فرکانس‌های طبیعی و شکل‌های مودی ارائه می‌شود.

در روش زیر فضای تصادفی تعداد ستون‌های ماتریس هنکل ۲۴۰۰۰ عدد (بزرگتر از دو سوم تعداد داده‌ها) و تعداد سطرها ۴۰۰ عدد (بیشتر از ۲۰ برابر تعداد مودها) انتخاب شده است.

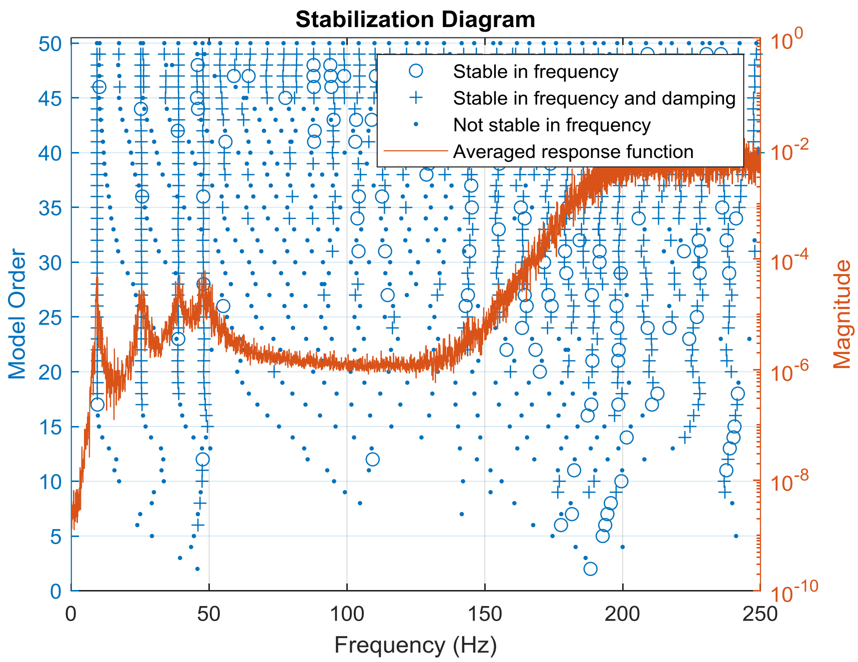
در روش FDD دیاگرام اولین مقدار تکین در برابر فرکانس مطابق شکل (۴) بدست آمد و فرکانس‌های طبیعی سازه با استفاده از روش جستار قله مشخص و بردار تکین متناظر با آن به عنوان شکل مودی خروجی گرفته شد.

در روش حداقل مربعات نمایی جهت تعیین درجه مدل می‌بایست از دیاگرام پایداری استفاده کرد چراکه انتخاب درجه پایین منجر به عدم شناسایی مود های اصلی و درجه بالا سبب شناسایی مود های اضافی خواهد شد. دیاگرام پایداری برای این روش برای این داده‌ها مطابق شکل (۵) بدست آمد.

در روش تجزیه مود تجربی برای تخمین فرکانس‌های طبیعی، هیستوگرام فرکانس‌های آنی رسم می‌شود. تعداد بازه‌های انتخاب شده باید به صورتی باشد که قله ها و دره‌های تیز در هیستوگرام اجتناب شود تعداد بازه‌ها برای سازه ۱۲۰۰۰ عدد انتخاب شد. نتایج مربوط به تخمین فرکانس‌های طبیعی با روش‌های مختلف مطابق جدول (۴) می‌باشد.



شکل ۴ دیاگرام اولین مقدار تکین در برابر فرکانس



شکل ۵ دیاگرام پایداری روش PLSCF

جدول ۴ تخمین فرکانس‌های طبیعی با روش‌های شناسایی سیستم مختلف

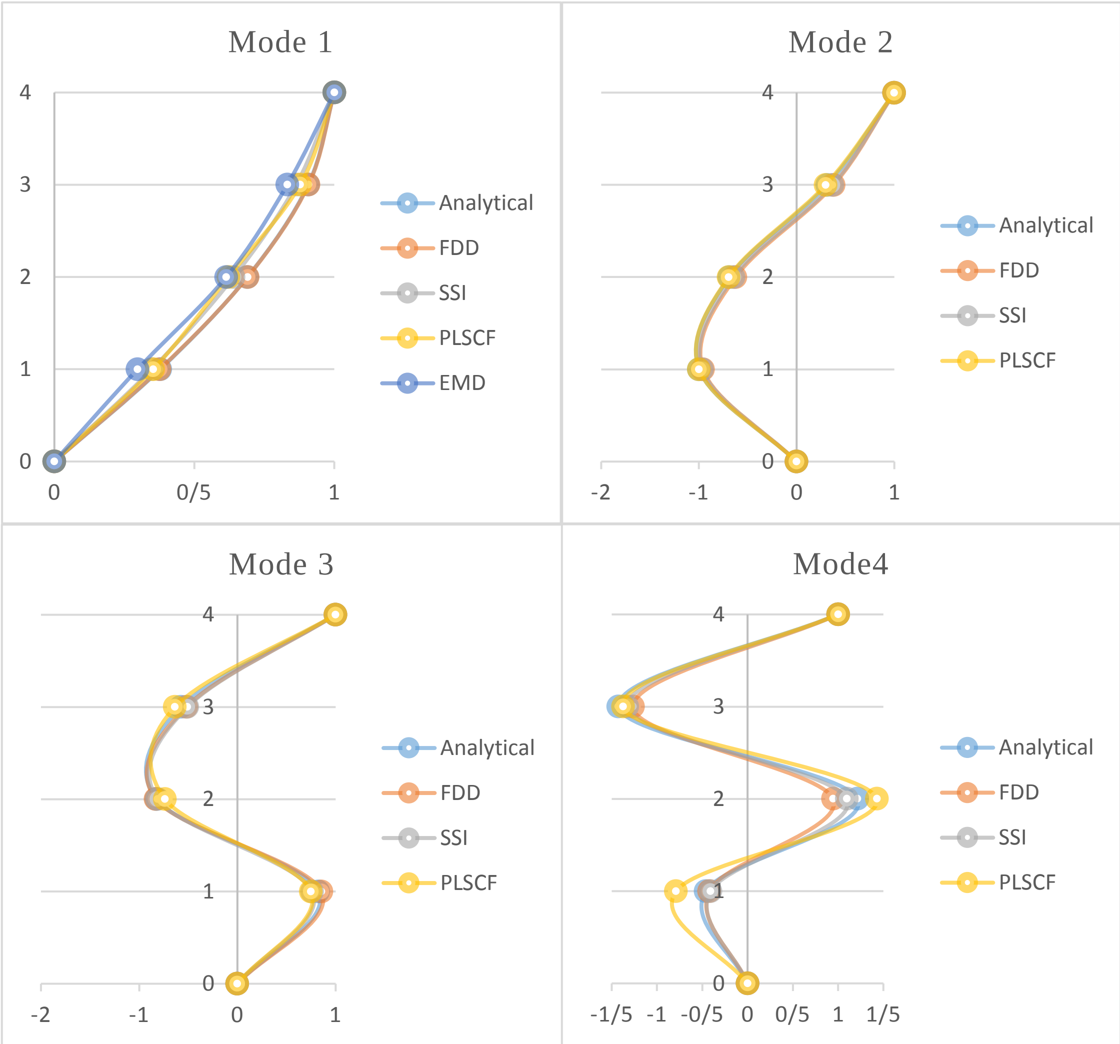
روش شناسایی سیستم	مود اول	مود دوم	مود سوم	مود چهارم
مدل تحلیلی	۹٫۴۱۰۹	۲۵٫۵۴۴۹	۳۸٫۶۶۳۴	۴۸٫۰۰۷۳
SSI	۹٫۷۴۹۶	۲۵٫۸۸۹۱	۳۹٫۴۴۳۹	۴۸٫۴۰۵۲
FDD	۹٫۱۵۵۳	۲۵٫۵۱۲۷	۳۷٫۹۰۲۸	۴۷٫۳۰۲۲
PLSCF	۹٫۴۱۸۱	۲۵٫۴۷۶۷	۳۸٫۹۶۱۸	۴۸٫۳۴۳۹
EMD	۹٫۲۵۸	۲۳٫۹۵۸۴		

برای مقایسه دقت روش‌ها در تشخیص فرکانس طبیعی سیستم از شاخص جذر میانگین مربعات اختلاف فرکانس‌های تخمینی با فرکانس تحلیلی سیستم استفاده شده است. با در نظرگیری این شاخص عملکرد روش PLSCF با توجه ورودی خروجی بودن روش همان‌طور که انتظار می‌رفت از سایر روش‌ها بهتر است. با این حال وجود نویز در سیگنال ممکن است دقت این روش را کمی پایین بیاورد. عملکرد روش‌های FDD و SSI بسیار به یکدیگر نزدیک بوده و امکان نتیجه‌گیری قطعی فراهم نیست. با این حال روش FDD برای داده‌های با ابعاد بزرگ هزینه محاسباتی کمتری نسبت روش SSI دارد. روش EMD با این‌که توانایی آنالیز سیگنال‌های غیر ایستا و غیرخطی را دارد در تشخیص مودهای سوم و چهارم موفق نبوده و تنها مودهای اول و دوم را تخمین زده است. قابل ذکر است بیشترین اختلاف مربوط به روش EMD می‌باشد.

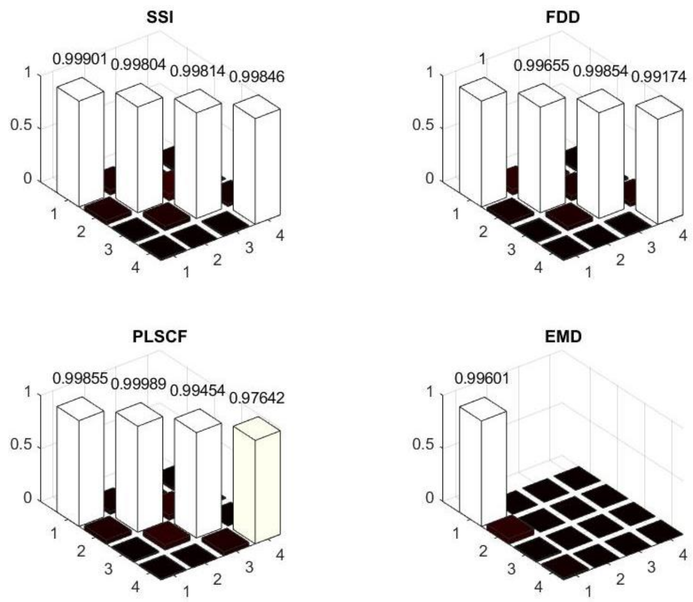
اشکال مودی محاسبه شده با روش های مختلف مطابق جدول (۵) می‌باشد. شکل (۶) مقایسه اشکال مودی محاسبه شده با مدل تحلیلی را نمایش می‌دهد. برای مقایسه بهتر روش‌ها جهت تخمین شکل‌های مودی از معیار اطمینان مودال (Modal Assurance Criteria) (MAC) استفاده شده است. مقدار این معیار را می‌توان به عنوان معیاری برای تشابه دو شکل مودی در نظر گرفت. مقدار یک در این معیار نشان‌دهنده همسانی کامل و مقدار صفر نشان‌دهنده شباهت حداقلی یا مستقل‌بودن اشکال می‌باشد. شکل (۷) معیار اطمینان مودال بین شکل مودهای تحلیلی و شکل مودهای تخمین زده شده را نمایش می‌دهد.

جدول ۵ تخمین شکل های مودی با روش‌های شناسایی سیستم مختلف

روش		تحلیلی	SSI	FDD	PLSCF	EMD
شکل مودی اول	طبقه ۱	۰٫۳۷۸۵	۰٫۳۴۸۵	۰٫۳۷۶۶	۰٫۳۵۲۷	۰٫۲۹۷۱
	طبقه ۲	۰٫۶۸۹۸	۰٫۶۴۰۴	۰٫۶۹۰۵	۰٫۶۲۱۹	۰٫۶۱۴۲
	طبقه ۳	۰٫۹۰۶۸	۰٫۸۶۴۲	۰٫۹۰۸۲	۰٫۸۷۸۲	۰٫۸۳۲۴
	طبقه ۴	۱	۱	۱	۱	۱
شکل مودی دوم	طبقه ۱	−۰٫۹۹۷۶	−۰٫۹۶۶۸	−۰٫۹۵۸۲	−۰٫۹۹۷۹	
	طبقه ۲	−۰٫۶۸۸۶	−۰٫۶۴۶۰	−۰٫۶۲۴۱	−۰٫۶۹۴۷	
	طبقه ۳	۰٫۳۱۳۴	۰٫۳۶۶۷	۰٫۳۷۹۰	۰٫۲۹۷۹	
	طبقه ۴	۱	۱	۱	۱	
شکل مودی سوم	طبقه ۱	۰٫۸۲۴۸	۰٫۷۶۲۴	۰٫۸۵۶۲	۰٫۷۴۹۶	
	طبقه ۲	−۰٫۸۲۵۱	−۰٫۸۱۲۷	−۰٫۸۳۱۰	−۰٫۷۳۶۱	
	طبقه ۳	−۰٫۵۷۲۹	−۰٫۵۰۷۶	−۰٫۵۱۹۰	−۰٫۶۳۴۹	
	طبقه ۴	۱	۱	۱	۱	
شکل مودی چهارم	طبقه ۱	−۰٫۴۶۲۶	−۰٫۴۰۸۱	−۰٫۴۲۲۶	−۰٫۷۹۰۱	
	طبقه ۲	۱٫۲۱۴۷	۱٫۰۹۶۷	۰٫۹۴۴۲	۱٫۴۲۸۶	
	طبقه ۳	−۱٫۴۲۵۱	−۱٫۳۲۸۰	−۱٫۲۶۵۵	−۱٫۳۷۵۳	
	طبقه ۴	۱	۱	۱	۱	



شکل ۶ مقایسه اشکال مودی محاسبه شده با مدل تحلیلی



شکل ۷ معیار اطمینان مودال بین شکل مودهای تحلیلی و شکل مودهای تخمین زده شده

در تخمین شکل‌های مودی بهترین نتایج مربوط به روش FDD می‌باشد به‌طوری که نتایج مربوط به مود اول در این روش تا حد زیادی منطبق بر مدل تحلیلی می‌باشد. در این روش تشکیل ماتریس چگالی طیف توان بین سیگنال‌های پاسخ سازه سبب افزایش دقت روش و کاهش اثر نویزهای محیطی می‌شود. نتایج مربوط به روش SSI نزدیک به روش FDD بوده و حتی در مودهای بالاتر انطباق بهتری با سازه تحلیلی دارد. روش PLSCF روشی ورودی خروجی بوده، اما با توجه به حساسیت این روش به نویز محیطی دقت شکل مودهای تخمین زده شده به جز مود دوم پایین تر از دو روش دیگر می‌باشد. روش EMD در تشخیص شکل‌های مودی عملکرد مناسبی نداشته و در این روش تنها مود اول تشخیص داده شده است. دقت این روش نسبت به سایر روش‌ها پایین‌تر می‌باشد با توجه به این موضوع برای استفاده از مزایای این روش جهت پردازش سیگنال غیرایستا و غیرخطی پیشنهاد می‌شود از روش‌های توسعه یافته این روش مانند تجزیه مود تجربی مجموعی کامل (Complete Ensemble Empirical Mode Decomposition) (CEEMD) استفاده کرد.

مطالعه میدانی: پل ۲۲ بهمن دانشگاه فردوسی مشهد

جهت بررسی کارایی روش‌ها با داده‌های میدانی با انجام آزمایش مودال بر روی پل ۲۲ بهمن دانشگاه فردوسی مشهد سیگنال‌های شتاب سازه خروجی گرفته شده و ویژگی‌های مودال پل با استفاده از این روش‌ها تخمین زده شده است.

مشخصات پل ۲۲ بهمن دانشگاه فردوسی مشهد

مشخصات سازه به شرح پل یک دهانه به طول ۱۲،۶ متر، عرض ۳،۲۵ متر و ضخامت دال ۱۰ سانتی‌متر است. پل مورد نظر دارای دو تیر ورق در راستای طولی خود با سطح مقطع I شکل با مشخصات جان (h_w=60cm, t_w=1cm) و بال (b_f=25cm, t_f=2cm) می‌باشد. در این پل برای تیرهای کش از IPE140 به فاصله ۱،۴ متر استفاده شده است. شکل (۸) تصویر پل مد نظر را نشان می‌دهد.



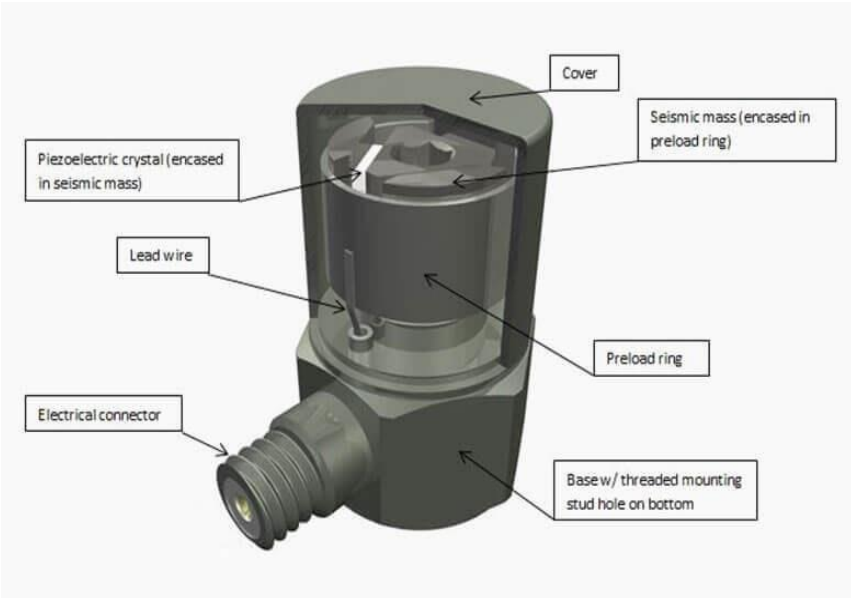
شکل ۸ پل ۲۲ بهمن دانشگاه فردوسی مشهد

مشخصات دیتالاگر و سنسورها

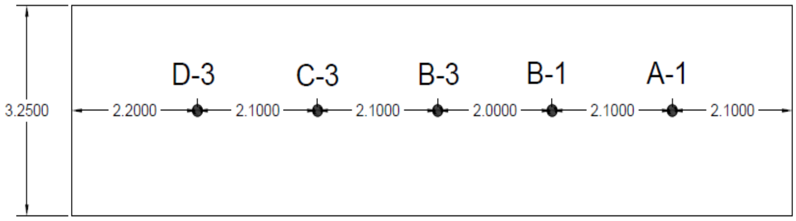
برای داده برداری ازدستگاه دیتالاگر ۱۶ کاناله دینامیکی برند آرتیمان ا ستفاده شده است. این دستگاه توانایی برداشت ۱۶۰۰۰ نمونه در ثانیه برای هرکانال و ذخیره سازی اطلاعات تا ۸ گیگابایت را دارد. سنسورهای مورد استفاده از نوع شتاب‌سنج پیزوالکتریک (Piezoelectric Accelerometers) می‌باشد. این نوع سنسورها شامل یک ماده پیزوالکتریک است که یک ساختار مکانیکی محصور می‌باشد. این ماده تحت تأثیر شتابی که بر سنسور وارد می‌شود، دچار تغییر شکل شده و تغییر شکل ایجاد شده سبب ایجاد سیگنال الکتریکی می‌شود. این نوع سنسور نسبت به شتاب‌سنج‌های میکرو الکترومکانیکی (-Micro Electro Mechanical Systems Accelerometers) دقت بالاتری داشته و حساسیت دمایی کمتری دارد لذا برای تست‌های دینامیکی ایده‌ال می‌باشد. شکل (۹) دیتالاگر مورد استفاده و شکل (۱۰) شماتیک سنسورهای شتاب‌سنج پیزوالکتریک را نمایش می‌دهد.



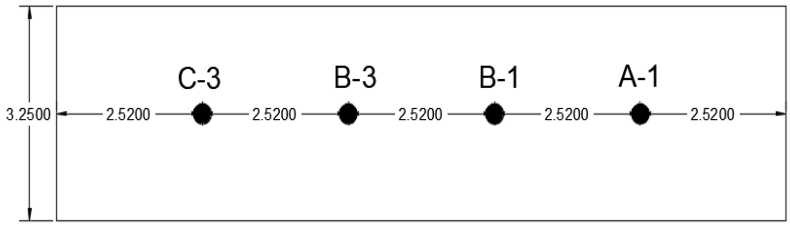
شکل ۹ دستگاه دیتالاگر مورد استفاده



شکل ۱۰ شماتیک سنسور شتاب‌سنج پیزوالکتریک



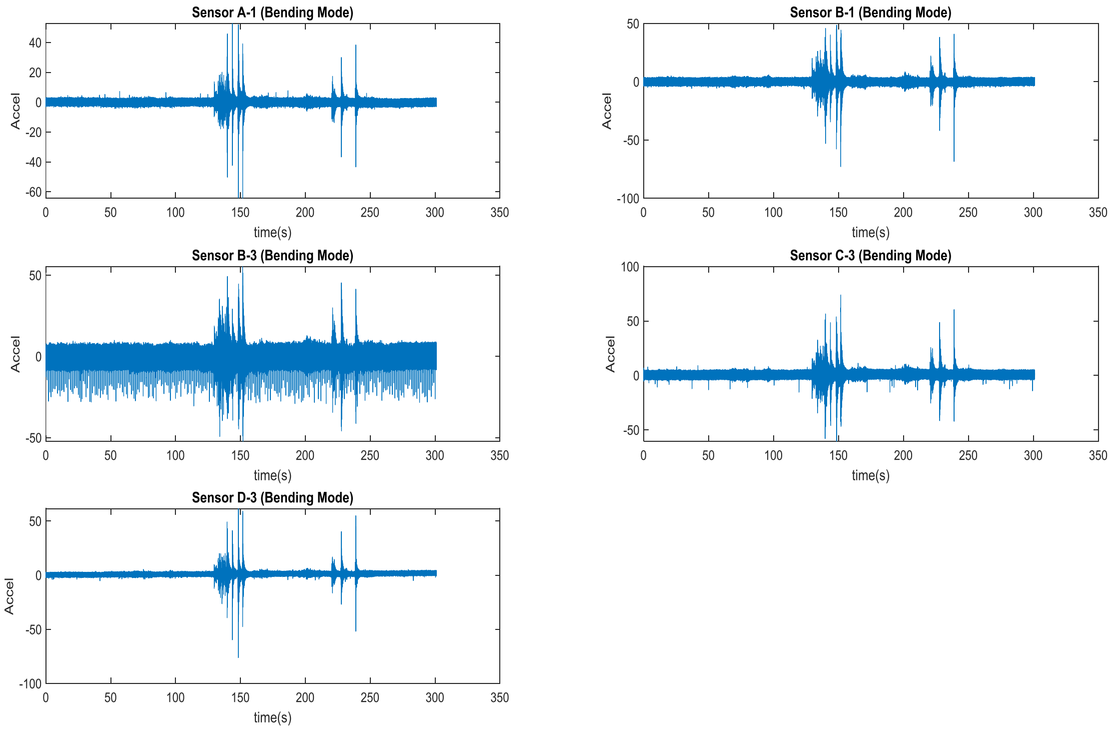
شکل ۱۱ آرایش اول قرارگیری سنسورها



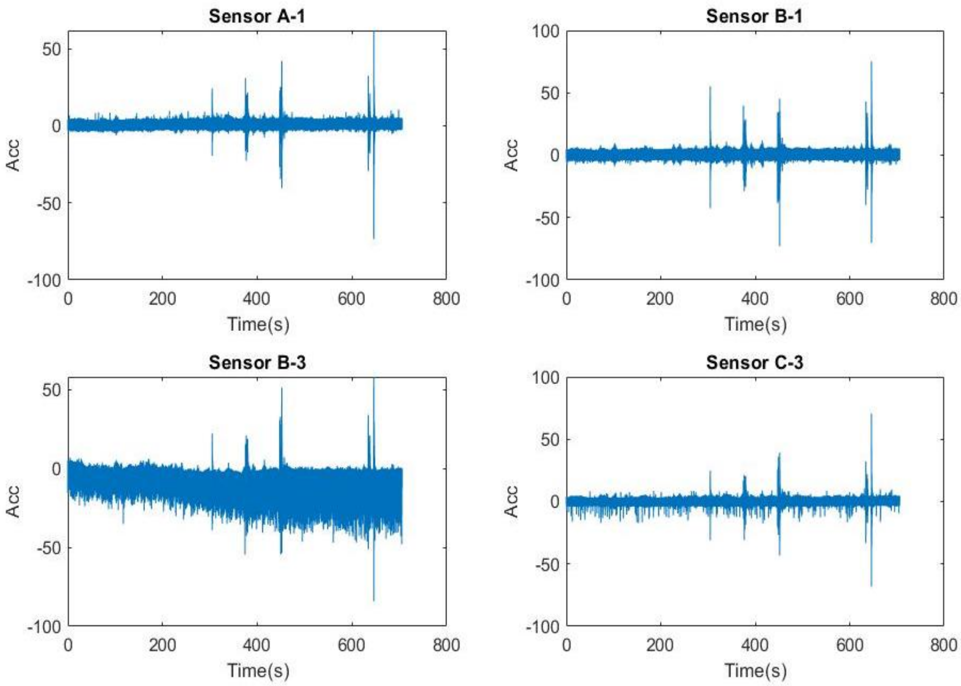
شکل ۱۲ آرایش دوم قرارگیری سنسورها

آرایش حسگرها و مشخصات داده برداری

برای استخراج مودهای خمشی سازه، دو آرایش متفاوت از حسگرهای شتاب‌سنج در راستای طولی پل مورد استفاده قرار گرفته است. آرایش اول شامل پنج حسگر است که داده‌برداری در آن به مدت ۳۰۱ ثانیه با فرکانس ۵۱۲ هرتز انجام شده است. آرایش دوم از چهار حسگر استفاده می‌کند و مدت نمونه‌برداری در این حالت ۷۰۶ ثانیه با فرکانس ۱۰۲۴ هرتز بوده است. موقعیت قرارگیری حسگرها در این دو آرایش به ترتیب در شکل‌های (۱۱) و (۱۲) نمایش داده شده‌اند. تحریک سازه به صورت ارتعاشات محیطی در نظر گرفته شده است. سیگنال‌های پاسخ ثبت‌شده پاسخ سازه برای این دو آرایش به ترتیب در شکل‌های (۱۳) و (۱۴) ارائه شده‌اند.



شکل ۱۳ سیگنال‌های پاسخ سازه آرایش اول

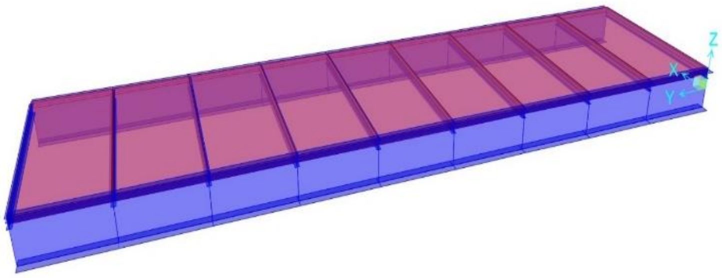


شکل ۱۴ سیگنال‌های پاسخ سازه آرایش دوم

مدل اجزا محدود پل ۲۲ بهمن

برای برآورد مشخصات مودال پل ۲۲ بهمن، این سازه با در نظر گرفتن مشخصات مقاطع و اندازه‌گیری‌های انجام شده در محل، در نرم‌افزار SAP2000 مطابق شکل (۱۵) مدلسازی شده است.

پس از مدل‌سازی، مشخصات مودال پل استخراج گردید و نتایج حاصل از این تحلیل شامل فرکانس‌ها و شکل‌های مودی خمشی، در قالب جدول (۶) ارائه شده است.



شکل ۱۵ مدل‌سازی پل ۲۲ بهمن دانشگاه فردوسی مشهد در نرم افزار SAP2000

جدول ۶ مشخصات مودال استخراج شده از مدل اجزاء محدود پل ۲۲بهمن

شماره مود		مود اول	مود دوم	مود سوم
فرکانس (Hz)		۱۲,۰۳۰۹	۴۸,۱۴۳۶	۱۰۱,۴۱۰۴
شکل مودی آرایش اول	A-1	۰,۳۷۳۶	−۰,۶۵۲۴	
	B-1	۰,۶۵۱۷	−۰,۶۴۵۹	
	B-3	۰,۷۵۲۶	−۰,۰۳۷۷	
	C-3	۰,۶۶۱۱	۰,۶۲۴۱	
	D-3	۰,۳۹۲۶	۰,۶۶۷۳	
شکل مودی آرایش دوم	A-1	۰,۴۴۵۶	−۰,۷۵۴۵	
	B-1	۰,۷۲۱	−۰,۴۶۶۵	
	B-3	۰,۷۲۱	۰,۴۶۶۵	
	C-3	۰,۴۴۵۶	۰,۷۵۴۵	

نتایج مربوط به پل ۲۲ بهمن دانشگاه فردوسی مشهد

در این تحلیل، تمامی روش‌ها به جز روش PLSCF به‌صورت تنها خروجی ارائه شده‌اند. به دلیل نامعلوم بودن سیگنال ورودی در روش PLSCF، این سیگنال به‌صورت نویز سفید در نظر گرفته شده است. نتایج تخمین فرکانس‌های اول تا سوم پل ۲۲ بهمن دانشگاه فردوسی مشهد، برای آرایش‌های اول و دوم، در جدول (۷) ارائه شده‌اند.

در تحلیل نتایج باید به این نکته توجه داشت که مدل اجزای محدود مورد استفاده برای شبیه‌سازی رفتار پل، لزوما تمامی شرایط واقعی پل را به‌طور دقیق بازتاب نمی‌دهد. این مدل ممکن است برخی از پیچیدگی‌های رفتار دینامیکی سازه، از جمله تغییرات خواص مکانیکی مواد یا شرایط مرزی واقعی را به‌طور کامل لحاظ نکند. بنابراین، فرکانس‌های طبیعی استخراج‌شده از این مدل، صرفا تخمینی از رفتار واقعی پل هستند و امکان اختلاف با مقادیر واقعی وجود دارد.

در آرایش اول، مودهای اول و دوم با دقت مناسبی تخمین زده شده‌اند. روش SSI با تخمین فرکانس‌های ۱۲,۰۰۳۵ هرتز برای مود اول و ۴۹,۸۲۴۷ هرتز برای مود دوم، نزدیک‌ترین مقادیر به فرکانس‌های واقعی را ارائه کرده است. روش‌های FDD و PLSCF نیز نتایج قابل قبولی داشته‌اند، اما به‌طور کلی روش SSI بهترین عملکرد را در این آرایش نشان داده است. برای مود سوم، روش‌های SSI و FDD تخمین‌هایی نزدیک به ۹۹,۷ هرتز ارائه داده‌اند، اگرچه این مقادیر اندکی پایین‌تر از فرکانس مدل اجزای محدود هستند.

در آرایش دوم، مودهای اول و سوم با دقت بهتری تخمین زده شده‌اند. روش SSI با تخمین فرکانس‌های ۱۲,۰۸۲ هرتز برای مود اول و ۱۰۲,۱۶۰۰ هرتز برای مود سوم، نزدیک‌ترین مقادیر به فرکانس‌های مدل اجزای محدود را ارائه کرده است. روش

FDD عملکرد مطلوبی داشته است، اما روش PLSCF انحراف کوچکی در تخمین‌ها نشان داده است. افزایش فرکانس نمونه‌برداری و مدت زمان اندازه‌گیری در این آرایش، احتمالا نقش مهمی در بهبود دقت، به‌ویژه در تخمین فرکانس‌های بالاتر (مود سوم)، داشته است.

در هر دو آرایش، روش EMD ضعیف‌ترین عملکرد را داشته است. این روش، که برای پردازش سیگنال‌های غیرایستا و غیرخطی طراحی شده است و به دلیل ماهیت تطبیقی‌اش در تحلیل سیگنال‌های پیچیده و متغیر با زمان کاربرد دارد. با این حال، در مقایسه با روش‌هایی مانند SSI، FDD و PLSCF، دقت کمتری در تخمین فرکانس‌های طبیعی نشان داده است.

با توجه به محدود بودن تعداد حسگرها، تنها امکان تخمین مودهای اول و دوم سازه وجود دارد . شکل‌های (۱۶) و (۱۷) به‌ترتیب شکل‌های مودی تخمین‌زده شده و مدل اجزای محدود را برای آرایش‌های اول و دوم نشان می‌دهند.

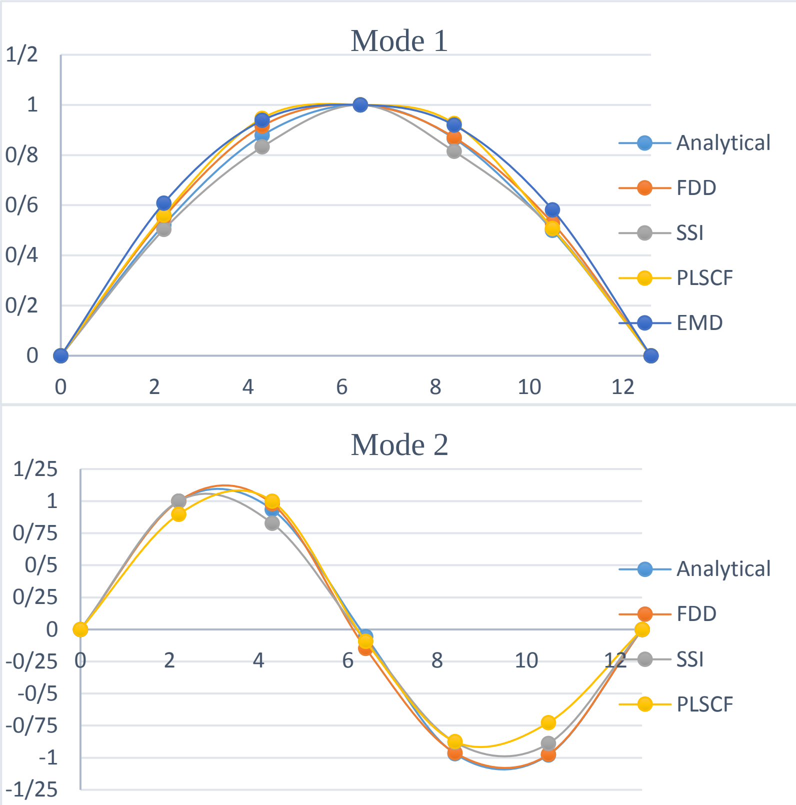
از آن‌جا که معیار MAC برای مقایسه شکل مودهای تجربی دارای عدم قطعیت است، علاوه بر آن از معیارهای تکمیلی مانند COMAC نیز استفاده شده است. معیار COMAC تطابق شکل مودها را در هر درجه آزادی به‌صورت جداگانه بررسی می‌کند. در این معیار، مقادیر نزدیک به یک نشان‌دهنده همسانی و مقادیر نزدیک به صفر نشان‌دهنده عدم همسانی شکل‌های مودی در آن درجه آزادی است. با توجه به این‌که روشEMD تنها قادر به تخمین یک مود است، استفاده از معیار COMAC برای این روش به نتایجی غیرقابل استناد منجر می‌شود. بنابراین، این معیار تنها برای روش‌های SSI، FDD و PLSCF به کار گرفته شده است. شکل‌های (۱۸) و (۱۹) به‌ترتیب معیار MAC را برای آرایش‌های اول و دوم نمایش می‌دهند، و جدول (۸) نتایج معیار COMAC را برای این دو آرایش ارائه می‌دهد.

با توجه به شکل‌های (۱۶) و (۱۷)، مقایسه تطبیقی اشکال مودی تخمین‌زده‌شده با مدل اجزای محدود نشان می‌دهد که تمامی روش‌های مورد مطالعه قادر به بازسازی الگوی کلی ارتعاشات در مودهای اول و دوم هستند، اگرچه تفاوت‌های قابل‌توجهی در جزئیات مشاهده می‌شود. روش‌های FDD و SSI در هر دو آرایش نزدیک‌ترین تطابق را با مدل تحلیلی نشان می‌دهند، در حالی که روش PLSCF تمایل به برآورد بیش‌ازحد مقادیر در برخی نقاط دارد. روش EMD نیز به دلیل ماهیت ذاتی خود تنها قادر به استخراج یک مود است و برای شناسایی کامل مودهای سیستم مناسب نیست.

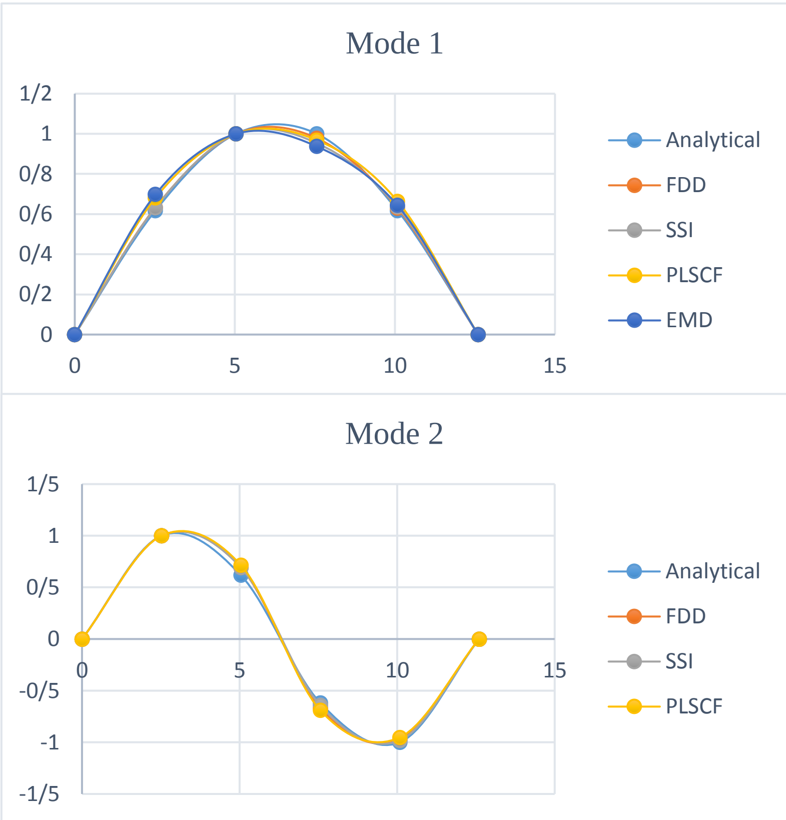
بررسی مقادیر نرمال‌شده اشکال مودی نشان می‌دهد که برای مود اول، خطای نسبی روش‌های FDD و SSI در آرایش اول کمتر از ۶ ٪ و در آرایش دوم کمتر از ۵٪ است. در مقابل، روش PLSCF تا ۹ ٪ و روش EMD حتی تا ۱۷ ٪ انحراف در برخی نقاط نشان می‌دهد. همچنین، افزایش مدت زمان و فرکانس نمونه‌برداری منجر به بهبود دقت اشکال مودی شده است.

جدول ۷ تخمین فرکانس‌های طبیعی پل ۲۲ بهمن

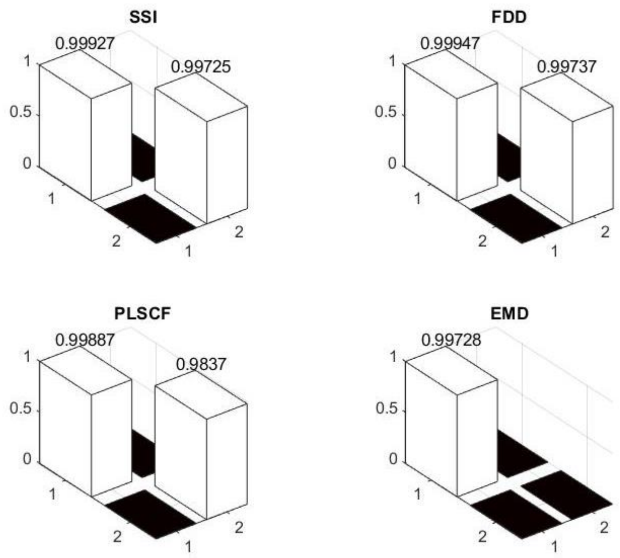
آرایش سنسور ها	روش شناسایی سیستم	مود اول	مود دوم	مود سوم
آرایش اول	SSI	۱۲,۰۰۳۵	۴۹,۸۲۴۷	۹۹,۷۴۸۹
	FDD	۱۱,۸۵۹۴	۴۹,۷۱۸۸	۹۹,۷۱۰۹
	PLSCF	۱۱,۸۵۶۱	۵۰,۱۲۴۹	۹۹,۸۱۲۰
	EMD	۱۱,۴۷۷۴	۴۵,۳۶۵۵	
آرایش دوم	SSI	۱۲,۰۸۲	۵۱,۱۰۱۱	۱۰۲,۱۶۰۰
	FDD	۱۲,۲۴۲۲	۵۱,۲۵۷۸	۱۰۲,۵۲۳۴
	PLSCF	۱۱,۸۹۰۴	۵۰,۶۷۸۷	۱۰۲,۸۰۸۱
	EMD	۱۱,۸۰۱۵	۴۷,۳۸۶۰	



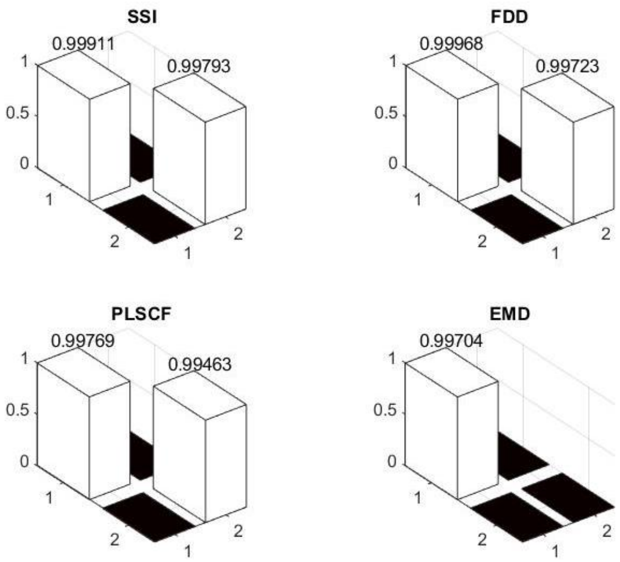
شکل ۱۶ اشکال مودی محاسبه شده از روش های مختلف و مدل اجزاء محدود آرایش اول



شکل ۱۷ اشکال مودی محاسبه شده از روش های مختلف و مدل اجزاء محدود آرایش دوم



شکل ۱۸ معیار اطمینان مودال بین شکل مودهای تحلیلی و شکل مودهای تخمین زده شده آرایش اول



شکل ۱۹ معیار اطمینان مودال بین شکل مودهای تحلیلی و شکل مودهای تخمین زده شده آرایش دوم

جدول ۸ محاسبه COMAC در روش‌های مختلف برای دو مود اول سازه

درجه آزادی		SSI	FDD	PLSCF
آرایش اول	A-1	۰,۹۹۹۸	۰,۹۹۹۴	۰,۹۹۳۹
	B-1	۰,۹۹۸۵	۰,۹۹۹۹	۰,۹۹۹۹
	B-3	۰,۹۹۸۹	۰,۹۹۱۷	۰,۹۹۸۷
	C-3	۰,۹۹۹۶	۰,۹۹۹۹	۰,۹۹۲۵
	D-3	۰,۹۹۸۸	۰,۹۹۹۵	۰,۹۸۱۷
آرایش دوم	A-1	۰,۹۹۹۹	۰,۹۹۹۹	۰,۹۹۸۱
	B-1	۰,۹۹۷۲	۰,۹۹۷۲	۰,۹۹۵۵
	B-3	۰,۹۹۸۴	۰,۹۹۷۸	۰,۹۹۵۹
	C-3	۰,۹۹۹۵	۰,۹۹۹۶	۰,۹۹۷۰

مقادیر MAC که نشان‌دهنده همبستگی بین مودهای تخمین‌زده‌شده و تحلیلی است، در تمامی موارد نزدیک به یک بوده که حاکی از تطابق کلی مناسب بین اشکال مودی است. بهترین نتایج MAC مربوط به مود اول در روش‌های SSI و FDD در هر دو آرایش است. برای مود دوم، مقادیر MAC اندکی پایین‌تر است که نشان‌دهنده حساسیت بیشتر به خطا در مودهای بالاتر است. روش FDD در هر دو آرایش بهترین نتایج را برای MAC ارائه کرده است.

نتایج معیار COMAC که همبستگی در درجات آزادی را بررسی می‌کند، نشان می‌دهد که مقادیر بسیار نزدیک به یک هستند که بیان‌گر تطابق عالی در سطح محلی است. البته باید توجه داشت که در این مطالعه تنها دو مود اول بررسی شده‌اند و با در نظر گرفتن مودهای بالاتر، ممکن است مقادیر این معیار کاهش یابد. روش SSI در آرایش اول (نقطه A-1) به مقدار ایده‌آل ۰٫۹۹۹۸ رسیده است، در حالی که روش FDD در آرایش دوم در برخی نقاط مقدار ۰٫۹۹۹۹ را ثبت کرده است. نقاط B-3 و C-3 در هر دو آرایش حساسیت بیشتری به خطا نشان داده‌اند.

با توجه به تحلیل‌های انجام شده، می‌توان نتیجه گرفت که روش‌های FDD و SSI در هر دو آرایش چهارتایی و پنج‌تایی، نتایج دقیق‌تری را ارائه می‌دهند و برای کاربردهای عملی در شناسایی مودهای ارتعاشی گزینه‌های مناسبی هستند.

نتیجه گیری

این پژوهش به ارزیابی جامع چهار روش شناسایی سیستم شامل SSI (حوزه زمان)، FDD (حوزه فرکانس)، PLSCF (حوزه فرکانس) و EMD (حوزه زمان–فرکانس) در تخمین پارامترهای مودال پرداخته است. مطالعه در دو بخش اصلی انجام شد: بخش عددی با استفاده از سازه بنچ مارک ASCE-AISC و بخش میدانی بر روی پل ۲۲ بهمن دانشگاه فردوسی مشهد. علاوه بر این، تأثیر پارامترهای مهمی مانند چینش سنسورها، مدت زمان و فرکانس نمونه‌برداری نیز مورد بررسی دقیق قرار گرفت.

نتایج حاکی از برتری روش‌های FDD و SSI در تخمین دقیق مودهای اول و دوم سازه بود. روش FDD به دلیل مزایای متعدد از جمله هزینه محاسباتی پایین، مقاومت به نویز و سادگی پیاده‌سازی، به ویژه در آرایش دوم حسگرها (با وجود تعداد سنسور کمتر) عملکرد ممتازی از خود نشان داد. این برتری با مقادیر MAC نزدیک به یک و مقادیر COMAC که تطابق عالی در نقاط کلیدی را نشان می‌داد، تأیید شد. افزایش فرکانس نمونه‌برداری از ۵۱۲ به ۱۰۲۴ هرتز و مدت زمان اندازه‌گیری از ۳۰۱ به ۷۰۶ ثانیه، علیرغم کاهش تعداد سنسورها از پنج به چهار عدد، منجر به بهبود قابل توجه دقت نتایج به ویژه در تخمین مودهای بالاتر شد.

مقایسه عملکرد روش‌های شناسایی سیستم نشان داد که روش PLSCF با وجود دقت نظری بالا در محیطهای عملی و داری نویز کارایی کمتری دارد. روش EMD به دلیل محدودیت‌های ذاتی تنها قادر به شناسایی مود اول با خطای محسوس است. بر این اساس، روش FDD به دلیل مقاومت در برابر نویز برای پروژه‌های میدانی، روش SSI برای تخمین دقیق مودهای اولیه سازه، رو PLSCF برای شرایط آزمایشگاهی کنترل‌شده با ورودی معلوم و روش EMD صرفا برای تحلیل سیگنال‌های غیرایستا و غیرخطی پیشنهاد می‌شود.

انتخاب روش مناسب شناسایی سیستم نیازمند در نظر گرفتن فاکتورهای متعددی از جمله دقت مورد نیاز، شرایط محیطی، امکانات سخت‌افزاری و اهداف تحلیل است. برای مطالعات آینده، بررسی تأثیر تعداد حسگرها، توسعه روش‌های ترکیبی که بتوانند از مزایای روش‌های مختلف به صورت توأم بهره ببرند، و همچنین اعتبارسنجی نتایج از طریق اندازه‌گیری‌های بلندمدت پیشنهاد می‌شود.

سپاسگزاری

مراجع

[1] P. Van Overschee and B. De Moor, *Subspace identification for linear systems: Theory—Implementation—Applications*. Springer Science & Business Media, 2012.

[2] B. Peeters and G. De Roeck, "Reference-based stochastic subspace identification for output-only modal analysis,"

Mechanical systems and signal processing, vol. 13, no. 6, pp. 855-878, 1999. https://doi.org/10.1006/mssp.1999.1249

[3] S. Li, J.-T. Wang, A.-Y. Jin, and G.-H. Luo, "Parametric analysis of SSI algorithm in modal identification of high arch dams," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering,* vol. 129, p. 105929, 2020. https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2019.105929

[4] H. B. Shim and H. S. Park, "SSI-LSTM network for adaptive operational modal analysis of building structures," *Mechanical Systems and Signal Processing,* vol. 195, p. 110306, 2023. https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2023.110306

[5] R. Brincker, L. Zhang, and P. Andersen, "Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition," in *IMAC 18: Proceedings of the International Modal Analysis Conference (IMAC), San Antonio, Texas, USA, February 7-10, 2000*, 2000, pp. 625-630.

[6] R. Brincker, L. Zhang, and P. Andersen, "Modal identification of output-only systems using frequency domaindecomposition," *Smart materials and structures,* vol. 10, no. 3, p. 441, 2001. https://doi.org/10.1088/0964-1726/10/3/303

[7] S. Gade, "Frequency domain techniques for operational modal analysis," *The Shock and Vibration Digest*, vol. 38, no. 6, pp. 537-538, 2006.

[8] A. Cardoni, A. R. Elahi, and G. P. Cimellaro, "A refined output-only modal identification technique for structural health monitoring of civil infrastructures," *Engineering Structures,* vol. 323, p. 119210, 2025. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2024.119210

[9] P. Guillaume, P. Verboven, and S. Vanlanduit, "A poly-reference implementation of the least-squares complex frequency-domain estimator," *Proceedings of International Modal Analysis Conference,* vol. 21, 2003, pp. 183–192.

[10] S. D. Amador and R. Brincker, "Modal identification of a steel platform specimen with a subspace implementation of the poly-reference complex frequency method formulated in modal model (pCF-MM)," in *Journal of Physics: Conference Series,* vol. 2647, no. 19: IOP Publishing, 2024, p. 192018. https://doi.org/10.1088/1742-6596/2647/19/192018

[11] M. T. Steffensen, M. Döhler, D. Tcherniak, and J. J. Thomsen, "Variance estimation of modal parameters from the poly-reference least-squares complex frequency-domain algorithm," *Mechanical Systems and Signal Processing,* vol. 223, p. 111905, 2025. https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2024.111905

[12] N. E. Huang *et al.*, "The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis," *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: mathematical, physical and engineering sciences,* vol. 454, no. 1971, pp. 903-995, 1998. https://doi.org/10.1098/rspa.1998.0193

[13] Z. Wu and N. E. Huang, "Ensemble empirical mode decomposition: a noise-assisted data analysis method," *Advances in adaptive data analysis,* vol. 1, no. 01, pp. 1-41, 2009. https://doi.org/10.1142/S1793536909000047

[14] J.-R. Yeh, J.-S. Shieh, and N. E. Huang, "Complementary ensemble empirical mode decomposition: A novel noise enhanced data analysis method," *Advances in adaptive data analysis,* vol. 2, no. 02, pp. 135-156, 2010. https://doi.org/10.1142/S1793536910000422

[15] M. E. Torres, M. A. Colominas, G. Schlotthauer, and P. Flandrin, "A complete ensemble empirical mode

decomposition with adaptive noise," in *2011 IEEE international conference on acoustics, speech and signal processing (ICASSP)*, 2011: IEEE, pp. 4144-4147. https://doi.org/10.1109/ICASSP.2011.5947265

[16] S. M. Vazirizade, A. Bakhshi, and O. Bahar, "Online nonlinear structural damage detection using Hilbert Huang transform and artificial neural networks," *Scientia Iranica*, vol. 26, no. 3, pp. 1266-1279, 2019. https://doi.org/10.24200/sci.2019.50657.1808

[17] H. S. Yousefifard, G. G. Amiri, E. Darvishan, and O. Avci, "Intelligent hybrid approaches utilizing time series forecasting error for enhanced structural health monitoring," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 224, p. 112177, 2025. https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2024.112177

[18] J. L. Burkett, "Benchmark studies for structural health monitoring using analytical and experimental models," 2005.

[19] C. Black and C. Ventura, "Blind test on damage detection of a steel frame structure," in *Society for Experimental Mechanics, Inc, 16 th International Modal Analysis Conference.*, 1998, vol. 1, pp. 623-629.